

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
городского округа Тольятти «Школа № 90»

**ПРИНЯТО**

педагогическим советом  
МБУ «Школа № 90»  
Протокол № 1  
от «31» августа 2016 г.



**УТВЕРЖДАЮ**

Директор МБУ «Школа № 90»

И. В. Бакушин

«31» августа 2016 г.

**Решение задач с параметрами**  
(дополнительная образовательная программа)

Возраст обучающихся 10 класс

Срок реализации 1 год

Лесных М.В. ,

учитель математики

г. Тольятти  
2016 г

## Пояснительная записка

Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации через введение единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С) определенное место занимают задачи с параметрами. Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры. Многообразие задач с параметрами охватывает весь курс школьной математики. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

Решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках. В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Решение задач с параметрами».

**Актуальность курса** – «Решение задач с параметрами» необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и для продолжения образования в вузе. Владение приемами решения задач с параметром можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

**Целью** данного курса является подготовка учащихся к ЕГЭ, к продолжению образования в вузе, а также к участию в математических олимпиадах.

**Задачи курса:**

- Формирование у учащихся умения и навыков по решению задач с параметрами.
- Активизация исследовательской и познавательной деятельности учащихся.
- Развитие у учащихся интереса к предмету.
- Совершенствование навыков самостоятельной творческой работы.

Данный курс рассчитан для учащихся 10 класса общеобразовательных школ. Объем курса – **35 часов**.

**Форма обучения:** коллективная, групповая.

**Технологии обучения:** проблемное обучение, технология деятельностного метода.

**Методы обучения:** лекция, эвристическая беседа, практикум, самостоятельная работа.

**Формы контроля:** беседа, проверка домашнего задания, самостоятельная работа, контрольная работа, домашняя контрольная работа.

**В результате изучения курса** учащийся должен: усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств с параметрами; научиться проводить полное обоснование при решении задач с параметрами.

## Тематический план

№	Тема	Количество часов
1.	Понятие задачи с параметром.	1 час
2.	Линейные уравнения и сводимые к линейным уравнения с параметром	1 час
3.	Линейные неравенства с параметром.	1 час
4.	Линейные системы с параметром.	2 часа
5.	Квадратное уравнение, содержащее параметр.	2 часа
6.	Расположение корней квадратного трехчлена.	2 часа
7.	Квадратные неравенства с параметром.	2 часа
8.	Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.	4 часа
9.	Неравенства с двумя переменными. Метод областей и его применение в задачах с параметром.	3 часа
10.	Инвариантные выражения. Использование инвариантности выражений для решения задач с параметром.	2 часа
11.	Использование ограниченности множества значений функции при решении задач с параметром.	3 часа
12.	Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.	3 часа
13.	Тригонометрия и параметры	2 часа
14.	Задачи с параметром, содержащие модуль.	2 часа
15.	Использование производной в задачах с параметром.	2 часа
17	Итоговая контрольная работа	2 часа
<b>Итого 34 часа</b>		

## Содержание

### **Тема 1.** Понятие задачи с параметром.

Определение параметра. Два основных вида задач с параметром. Решение простейших задач с параметрами. Форма ответов при решении задач с параметром.

### **Тема 2.** Линейные уравнения и сводимые к линейным уравнения с параметром.

Поиск решения линейных уравнений в общем виде. Исследование количества корней в зависимости от значений параметра. Решение уравнений, приводимых к линейным. Геометрическая интерпретация.

### **Тема 3.** Линейные неравенства с параметром.

Решение стандартных линейных неравенств, простейших неравенств с параметрами. Исследование полученного ответа. Обработка результатов, полученных при решении.

### **Тема 4.** Линейные системы с параметром. Метод Крамера.

Методы решения линейных систем. Метод подстановки. Метод сложения. Геометрическая интерпретация. Понятие определителя второго порядка. Метод Крамера и его применение при решении задач с параметром.

### **Тема 5.** Квадратное уравнение, содержащее параметр.

Актуализация знаний о квадратном уравнении. Исследование количества корней, в зависимости от дискриминанта. Использование теоремы Виета.

### **Тема 6.** Расположение корней квадратного трехчлена.

Теоремы о расположении корней квадратного трехчлена относительно одного и двух чисел. Их графическая интерпретация. Применение теорем к задачам с параметром.

### **Тема 7.** Квадратные неравенства с параметром.

Применение метода интервалов. Использование графических иллюстраций. Решение квадратичных неравенств с параметром и неравенств к ним сводимых.

### **Тема 8.** Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.

Координатная плоскость  $xOy$ . Графическая интерпретация функций с параметром как семейства графиков. Преобразования графиков функций. параллельный перенос. Поворот. Зеркальное отображение. Использование формулы расстояния между двумя точками плоскости в координатах.

Координатная плоскость  $xOa$  или  $aOy$ .

Решение задач С5 из ЕГЭ.

**Тема 9.** Неравенства с двумя переменными. Метод областей и его применение в задачах с параметром.

Метод областей для построения графической иллюстрации решений неравенства с двумя переменными. использование метода областей в задачах с параметром в координатной плоскости  $xOy$  или  $aOy$ .

Решение задач C5 из ЕГЭ.

**Тема 10.** Инвариантные выражения. Использование инвариантности выражений для решения задач с параметром.

Инвариантность относительно знака переменной. Инвариантность относительно перестановки переменных  $x$  и  $y$ . Применение свойства инвариантности выражений при решении задач с параметром.

Решение задач C5 из ЕГЭ.

**Тема 11.** Использование ограниченности множества значений функции при решении задач с параметром.

Область значений функции. Нахождение области значений элементарных функций и их композиций. Использование неотрицательности функций. Применение неравенств  $\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$ ,  $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$ ,  $|a \sin x + b \cos x| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ .

Решение задач C5 из ЕГЭ.

**Тема 12.** Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.

Свойства степеней и показательной функции. Решение иррациональных уравнений и неравенств, содержащих параметры. Решение показательных уравнений и неравенств, содержащих параметры. Свойства логарифмов и логарифмической функции. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами. Применение различных методов решения.

Решение задач C5 из ЕГЭ.

**Тема 13.** Тригонометрия и параметры.

Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами. Область значений тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр. Тригонометрические неравенства, содержащие параметр.

**Тема 14.** Задачи с параметром, содержащие модуль.

Использование ранее рассмотренных методов к решению задач с параметром и модулем. Построение графиков функций, содержащих модуль. Использование монотонности функции, содержащей модуль.

Решение задач C5 из ЕГЭ.

**Тема 15.** Использование производной в задачах с параметром.

Применение методов дифференциального исчисления к решению задач с параметром. Касательная к графику функции. Критические точки. Монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Построение графиков функций.

## Методическое обеспечение программы

Формы проведения занятий включают в себя лекции, практические работы, тренинги по использованию методов поиска решений.

Основной тип занятий комбинированный. Каждая тема курса начинается с постановки задачи. Теоретический материал излагается в форме мини-лекции. После изучения теоретического материала выполняются практические задания для его закрепления.

В ходе обучения периодически проводятся непродолжительные, рассчитанные на 5- 10 минут, контрольные работы и тестовые испытания для определения глубины знаний и скорости выполнения заданий. Контрольные замеры обеспечивают эффективную обратную связь, позволяющую обучающим и обучающимся корректировать свою деятельность.

*Построение учебного процесса.* Основной формой проведения кружковых занятий является комбинированное тематическое занятие. Примерная структура данного занятия:

1. Объяснение учителя или доклад учащегося по теме занятия.
2. Самостоятельное решение задач по теме занятия, причем в числе этих задач должны быть задачи и повышенной трудности. После решения первой задачи всеми или большинством учащихся один из учащихся производит ее разбор. Учитель по ходу решения задач формулирует выводы, делает обобщения.
3. Подведение итогов занятия, ответы на вопросы учащихся, домашнее задание.

В процессе подготовки и проведения занятий у учащихся развиваются и улучшаются навыки самостоятельной работы с литературой, формируется речевая грамотность, четкость, достоверность и грамотность изложения материала, собранность и инициативность.

## Литература

Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика ЕГЭ 2015. Функция и параметр (типовые задания С5), [www.alexlarin.net](http://www.alexlarin.net)

Горнштейн П.И. и др. Задачи с параметрами. - М.: Гимназия, 2002.

Субханкулова С.А. Задачи с параметрами. Илекса, Москва, 2010.

Математика. Задачи М.И.Сканави. - Минск; В.М.Скакун, 1998г.

Нырко В.А., Табуева В.А. Задачи с параметрами. - Екатеринбург; УГТУ, 2001.

Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами. – М. Просвещение, 1988г

Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г

Горбачев В.И. Методы решения уравнений и неравенств с параметрами, Брянск, 1999

Материалы по подготовке к ЕГЭ 2010-2012 г



## Приложение

### Дидактические материалы к занятиям

#### Занятие 1. Понятие задачи с параметром.

- 1) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-a}{x-a-1} \leq 0$ .
- 2) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-1}{x-a} > 0$ .
- 3) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $(a^2 - 1)x - (2a^2 + a - 3) = 0$ .
- 4) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых корень уравнения  $15x - 7a = 2 + 6a - 3ax$  меньше 2.
- 5) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 + 2(a + 1)x + 2a = 0$ .
- 6) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  $\frac{x}{m(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-m^2}{(x+1)(x+2)m}$ .

#### Домашнее задание:

- 1) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 = a(x + 2) - 2$
- 2) Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых корень уравнения  $6 - 3b + 4bx = 4b + 12x$  меньше 1.

3) Определите все значения  $k$ , при которых корни уравнения  $\frac{3}{8-k} = \frac{1}{kx-2}$  положительны.

4) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  $mx^2 + 3mx - (m + 2) = 0$ .

---

### Занятие 8 . Расположение корней квадратного уравнения.

1) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $(a - 1)x^2 - (2a + 1)x + 2 + 5a = 0$  больше 1.

2) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $p9^x - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$  имеет единственный корень.

3) Найдите все целые значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $2 - 2\cos 2x = 3a + 4\sin x$  имеет хотя бы одно решение.

4) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x - 2\sqrt{x-2} - 2 = a$  имеет единственное решение.

### Домашнее задание.

1) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $(a - 2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$  заключены в интервале  $(1;3)$ .

2) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $2x^2 - 2(2a + 1)x + a(a - 1) = 0$  имеет корни  $x_1$  и  $x_2$ , удовлетворяющие условию  $x_1 < a < x_2$ .

3) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$  имеют разные знаки и оба по абсолютной величине меньше 4?

4)(ЕГЭ, 2010, С5) ) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $36^x - (8a + 5)6^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$  имеет единственный корень.

---

### Занятие 12 . Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.

Для каждого значения  $a$  определите количество корней уравнения:

1)  $|x^2 - 6|x|| = a$     2)  $|x + 1| = ax$

3) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $x^2 - |x^2 + 2x - 3| = a$  имеет более чем два корня.

4) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|3 - |x|| - |x - 5| = a$  имеет бесконечно много решений.

### Домашнее задание.

Для каждого значения  $a$  определите количество корней уравнения:

1)  $|x^2 - 2x - 3| = a$     2)  $||x| - 1| - 1 = a + 1$

3) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| - |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет а) ровно три корня, б) бесконечно много корней.

4) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\frac{|x-2|}{x-2} = |x + a|$  имеет 1 корень.

---

### Занятие 17. Метод областей.

1) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству  $(x-y)(x-y^2+1) \geq 0$ .

2) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству

$$\frac{x - y - 1}{x^2 + y^2 - 5} \leq 0.$$

3) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует хотя бы одно решение системы 
$$\begin{cases} x^2 + (5a + 2)x + 4a^2 + 2a \leq 0, \\ x^2 + a^2 = 4. \end{cases}$$

4) Найти все значения параметра  $p$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $(p - x^2)(p + x + 2) \leq 0$  не содержит ни одного решения неравенства  $x^2 \leq 1$ .

### Домашнее задание.

1) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству  $-1 + x^2 + 2y^2 - 3xy + y \leq 0$ .

2) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует хотя бы одно решение системы 
$$\begin{cases} x^2 + (2 - 3a)x + 2a^2 - 2a < 0, \\ ax = 1. \end{cases}$$

3) При каких значениях  $a$  неравенство  $\frac{(a-x)(x+3)}{2x^2-3x+7} > 0$  не имеет решений?

4) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из неравенства  $0 \leq x \leq 1$  следует неравенство  $(a^2 + a - 2)x^2 - (a + 5)x - 2 \leq 0$ .

---

