

Министерство образования и науки Самарской области

Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования
Самарской области

ГАО ДПО ИРО СО

Курсовая работа на тему:

«Методические приемы формирования предметных результатов
по математике обучающихся при изучении «проблемных» тем
по результатам ВПР»

Выполнила:
Скращук Ирина Алексеевна

Образовательное учреждение: МБУ «Школа №90»

Руководитель:

Хохлова Светлана Николаевна, преподаватель кафедры
Математического и естественно-научного цикла ИРО СО
xoxsn@mail.ru

23.10.2023 - 27.10.2023

Тольятти 2023 г.

Изучение уравнений в среднем звене начинается с введения решения линейных уравнений и уравнений, сводящихся к линейным.

Всякое значение переменной, при котором выражения $f(x)$ и $g(x)$ принимают равные числовые значения, называется корнем уравнения.

Решить уравнение – это, значит, найти все его корни или доказать, что их нет.

Для того, чтобы решить любое уравнение с одной переменной, учащийся должен знать: во-первых, правила, формулы или алгоритмы решения уравнений данного вида и, во-вторых, правила выполнения тождественных и равносильных преобразований, с помощью которых данное уравнение можно привести к простейшим.

Таким образом, решение каждого уравнения складывается из трех основных частей:

1. преобразование данного уравнения к простому;
2. решение простого уравнения по известным компонентам;
3. запись ответа.

Если вторая часть является алгоритмической, то первая часть - в значительной степени - эвристической, что и представляет наибольшую трудность для учащихся. В процессе решения уравнения его стараются заменить более простым, поэтому важно знать с помощью каких преобразований это возможно. Здесь необходимо в доступной для ребенка форме дать понятие равносильности.

Уравнения, имеющие одни и те же корни, называются равносильными. Равносильными считаются и уравнения, каждое из которых не имеет корней.

К равносильным преобразованиям относятся:

- 1) Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число или одно и то же целое алгебраическое выражение, содержащее неизвестное, то новое уравнение будет равносильно данному.
- 2) Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.
- 3) Если в уравнении произвести раскрытие скобок и привести подобные слагаемые, то получится уравнение, равносильно данному.

Обучение решения уравнений начинается с простейших линейных уравнений и уравнений сводящихся к ним. Дается определение линейного

уравнения и рассматриваются случаи, когда оно имеет одно решение; не имеет решений и имеет бесконечное множество решений.

Линейным уравнением с одной переменной x называют уравнение вида $ax = b$, где a и b - действительные числа, a - называют коэффициентом при переменной, b - свободным членом.

Для линейного уравнения $ax = b$ могут представиться три случая:

1. $a \neq 0$, в этом случае корень уравнения равен b/a

2. $a = 0$; $b = 0$; в этом случае уравнение принимает вид $0 \cdot x = b$, что верно при любом x , т.е. корнем уравнения служит любое действительное число;

3. $a = 0$; $b \neq 0$; в том случае уравнение принимает вид $0 \cdot x = b$, оно не имеет корней.

Методы обучения решению уравнений на разных этапах освоения предмета имеют много общего, так как, по сути, перед учеником ставится одна и та же задача - подбор числа или чисел, удовлетворяющих данному равенству.

Входная диагностика для 8 класса

1. Решите уравнение: $(6-4x)(x+9)=0$.

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$$6-4x=0 \quad \text{или} \quad x+9=0$$

2 этап: решение простого уравнения по свойству уравнения.

$6 - 4x=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$-4x=-6$ обе части уравнения делим на (-4) (по свойству уравнения)

$$x=-6:(-4)$$

$$x=1,5$$

Решая второе простейшее уравнение получим $x=-9$

3 этап: запись ответа

Ответ: 1,5; -9

2. Решите уравнение: $x^2 - 8x = 0$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Вынесем общий множитель за скобки

$$x(x-8)=0$$

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$$x=0 \quad \text{или} \quad x-8=0$$

2 этап: решение простого уравнения по свойству уравнения.

Первый корень найден.

$x-8=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=8$$

3 этап: запись ответа

Ответ: 0; 8.

3. Решите уравнение: $x^2 + 30 = -11x$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к виду $ax^2 + bx + c = 0$

Для этого переносим $-11x$ влево изменив знак на противоположный:

$$x^2 + 30 + 11x = 0$$

Обращаем внимание на расстановку слагаемых:

$$x^2 + 11x + 30 = 0$$

2 этап: решение квадратного уравнения по формуле через Дискриминант.

Определим коэффициента: $a=1$, $b=11$, $c=30$

$$D=b^2-4ac = 11^2-4*1*30=121-120=1>0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

Корни уравнения находим по формуле. Обращаем внимание на то, что знак коэффициента b меняется на противоположный. $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) : 2a$

$$x_1 = (-11+1):2 = -5$$

$$x_2 = (-11-1):2 = -6$$

3 этап: запись ответа

Ответ: -5; -6.

4. Решите уравнение: $(x^2+3x):x=0$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля:
значит, $x^2+3x=0$, а $x \neq 0$. Разложим на множители числитель:

$$x(x+3)=0$$

2 этап: решение простого уравнения .

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$$x=0 \text{ или } x+3=0$$

Первый корень найден.

$x+3=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=-3$$

3 этап: запись ответа

Получили два корня: $x=0$, $x=-3$. Однако, $x=0$ мы не можем записать в ответ, т.к. знаменатель не равен 0. Поэтому в ответ запишем один корень $x=-3$.

Ответ: -3.

5. Решите уравнение: $45+32x+5x^2=3x^2-15+10x$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Переносим слагаемые из правой части уравнения в левую, меняя знак на противоположный.

$$45+32x+5x^2-3x^2+15-10x=0$$

Приводим подобные слагаемые. Правила сложения положительных и отрицательных чисел.

$$2x^2+22x+60=0$$

Обе части уравнения разделим на 2

$$x^2+11x+30=0$$

2 этап: решение квадратного уравнения по формуле через Дискриминант.

Определим коэффициента: $a=1$, $b=11$, $c=30$

$$D=b^2-4ac = 11^2-4*1*30=121-120=1>0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

Корни уравнения находим по формуле. Обращаем внимание на то, что знак коэффициента b меняется на противоположный. $x_{1,2}=(-b \pm \sqrt{D}):2a$

$$x_1=(-11+1):2=-5$$

$$x_2=(-11-1):2=-6$$

3 этап: запись ответа

Ответ: -5; -6.

Промежуточная диагностика для 8 класса

1. Решите уравнение: $(x+1)(x^2-1)=0$.

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$x+1=0$ или $x^2-1=0$, которое можно разложить на два множителя по формуле сокращенного умножения: $(x-1)(x+1)=0$, отсюда $x-1=0$ или $x+1=0$

Итак, получили три простейших уравнения

$$x+1=0 \text{ или } x-1=0 \text{ или } x+1=0$$

2 этап: решение простого уравнения по известным компонентам.

1) $x+1=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=-1$$

2) $x-1=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=1$$

3) $x+1=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=-1$$

3 этап: запись ответа

В ответе запишем два корня, т.к. есть повторяющиеся

Ответ: -1; 1

2. Решите уравнение: $x^2-25=0$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Разложим на множители, применив формулу сокращенного умножения

$$(x-5)(x+5)=0$$

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$$x-5=0 \text{ или } x+5=0$$

2 этап: решение простого уравнения по свойству уравнения.

1) $x-5=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=5$$

2) $x+5=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=-5$$

3 этап: запись ответа

Ответ: -5; 5.

3. Решите уравнение: $x^2+12=8x$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к виду $ax^2+bx+c=0$

Для этого переносим $8x$ влево изменив знак на противоположный:

$$x^2+12-8x=0$$

Обращаем внимание на расстановку слагаемых:

$$x^2-8x+12=0$$

2 этап: решение квадратного уравнения по формуле через Дискриминант.

Определим коэффициенты: $a=1$, $b=-8$, $c=12$

$$D=b^2-4ac = (-8)^2-4*1*12=64-48=16>0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

Корни уравнения находим по формуле. Обращаем внимание на то, что знак коэффициента b меняется на противоположный. $x_{1,2}=(-b \pm \sqrt{D}):2a$

$$x_1=(8+4):2=6$$

$$x_2=(8-4):2=2$$

3 этап: запись ответа

Ответ: 2; 6.

4. Решите уравнение: $(x^2-x) : (x-1)=0$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля:
значит, $x^2-x=0$, а $x-1 \neq 0$. Разложим на множители числитель:

$$x(x-1)=0$$

2 этап: решение простого уравнения .

Произведение двух множителей равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Отсюда получаем два простейших уравнения

$$x=0 \text{ или } x-1=0$$

Первый корень найден.

$x-1=0$ (по свойству уравнения переносим слагаемые с x влево, числа - вправо, при переносе через знак равенства, знак слагаемого меняем на противоположный)

$$x=1$$

3 этап: запись ответа

Получили два корня: $x=0$, $x=1$. Однако, $x=1$ мы не можем записать в ответ, т.к. весь знаменатель не равен 0 при $x \neq 1$. Поэтому в ответ запишем один корень $x=0$.

Ответ: 0.

5. Решите уравнение: $2(x+2)(x+7)=x^2+7x$

Решение.

Найдем корень уравнения:

1 этап: преобразование данного уравнения к простому

В левой части перемножаем многочлены и переносим слагаемые из правой части уравнения в левую, меняя знак на противоположный.

$$2x^2+14x+4x+28-x^2-7x=0$$

Приводим подобные слагаемые. Правила сложения положительных и отрицательных чисел.

$$x^2 + 11x + 28 = 0$$

2 этап: решение квадратного уравнения по формуле через Дискриминант.

Определим коэффициента: $a=1$, $b=11$, $c=28$

$$D = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \cdot 1 \cdot 28 = 121 - 112 = 9 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

Корни уравнения находим по формуле. Обращаем внимание на то, что знак коэффициента b меняется на противоположный. $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) : 2a$

$$x_1 = (-11 + 3) : 2 = -4$$

$$x_2 = (-11 - 3) : 2 = -7$$

3 этап: запись ответа

Ответ: -7; -4.

Источники:

<https://math7-vpr.sdangia.ru/test?theme=>:

ВПР по математике 8 класса 2021 года.

ВПР по математике 8 класса 2019 года.

ВПР по математике 8 класса 2021 года.

ВПР по математике 8 класса 2021 года.

<https://urok.1sept.ru/articles/410415>

Математика 8 класс. Подготовка к ВПР. Типовые задания ФГОС / И.В. Яценко, 2020 г.
(<https://file.11klasov.net/13724-vpr-matematika-8-klass-tipovye-zadaniya-25-variantov.html>)