

Урок (элективный). Формулы приведения

Цель: рассмотреть формулы приведения и их применение.

Ход урока

I. Сообщение темы и цели урока

II. Повторение и закрепление пройденного материала

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

2. Контроль усвоения материала (письменный опрос)

Вариант 1

1. Используя числовую окружность, дайте определение $\cos t$.

2. Решите неравенства $\sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Постройте график уравнения $tg(y + x) = 1$.

Вариант 2

1. Используя числовую окружность, дайте определение $\sin t$.

2. Решите неравенства $\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{1}{2}$.

3. Постройте график уравнения $ctg(y - x) = 1$.

III. Изучение нового материала

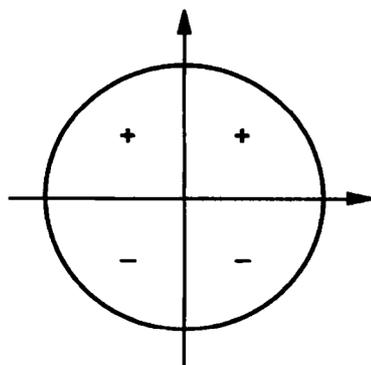
Выражения $\sin(\pi - t)$, $\cos(270^\circ + t)$, $tg\left(\frac{\pi}{2} - t\right)$ и т.д. можно записать проще $\sin t$, $\sin t$, $ctg t$ соответственно. Для этого используют *формулы приведения*. По сути, это не формулы, а определенный *алгоритм преобразования*.

При преобразовании тригонометрической функции $f\left(\frac{\pi}{2}n \pm t\right)$, где $n \in Z$, надо знать следующее.

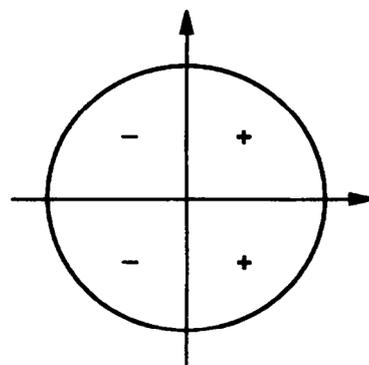
1) Если n – четное число, то преобразуемая функция не меняется. Если n – нечетное число, то преобразуемая функция меняется на кофункцию (сопряженную функцию). Аргументом преобразованной функции будет t .

Заметим, что кофункциями являются пары функций: синус и косинус; тангенс и котангенс.

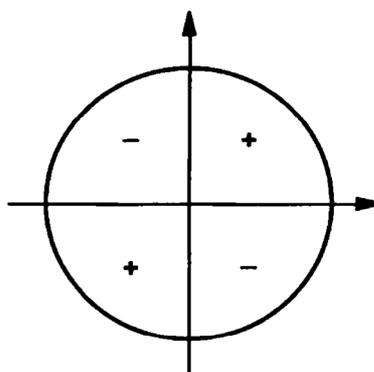
2) *Знак преобразованной функции совпадает со знаком исходной функции* при условии, что угол t острый, т.е. $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ (хотя реально он может быть любым). Знаки тригонометрических функций по координатным четвертям представлены на рисунке.



Знаки синуса



Знаки косинуса



Знаки тангенса и котангенса

Пример 1

Упростим выражение $ctg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.

Так как функция котангенса имеет аргумент $\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ и число $n = 3$ нечетное, то функция котангенса меняется на кофункцию – тангенс. В предложении, что угол α острый, получим, что угол $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ лежит в IV четверти. В этой четверти знак котангенса отрицательный. В I четверти (угол α острый) все тригонометрические функции положительны (в том числе и тангенс). Поэтому перед тангенсом необходимо поставить знак «минус». В итоге имеем: $ctg\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -tg\alpha$.

Пользуясь этим алгоритмом (формулами приведения), рассмотрим еще ряд задач.

Пример 2

Упростим следующие выражения:

$$\text{а) } \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha; \quad \text{б) } \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) = \sin \alpha; \quad \text{в) } \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$\text{г) } \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha; \quad \text{д) } \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha; \quad \text{е) } \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Пример 3

Приведем к тригонометрической функции угла из промежутка $(0; \frac{\pi}{2})$ или $(0^\circ; 90^\circ)$:

$$\text{а) } \sin 1,6\pi = \sin\left(\frac{3}{2}\pi + 0,1\pi\right) = -\cos 0,1\pi;$$

$$\text{б) } \cos 2,3\pi = \cos\left(\frac{4\pi}{2} + 0,3\pi\right) = \cos 0,3\pi;$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} 278^\circ = \operatorname{tg}(3 \cdot 90^\circ + 8^\circ) = -\operatorname{ctg} 8^\circ;$$

$$\text{г) } \cos 304^\circ = \cos(3 \cdot 90^\circ + 34^\circ) = \sin 34^\circ.$$

Пример 4

Упростим выражения:

$$\text{а) } \cos^2(\pi + x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = (-\cos x)^2 + (-\sin x)^2 = \cos^2 x + \sin^2 x = 1;$$

$$\text{б) } \frac{\operatorname{tg}(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{-\operatorname{tg} \alpha}{-\cos \alpha} \cdot \frac{-\cos \alpha}{-\operatorname{ctg} \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

IV. Контрольный вопрос (фронтальный опрос)

Укажите расположение точек по четвертям: $\frac{7\pi}{12}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{5}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{4\pi}{7},$

$$\frac{14\pi}{5}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{18}.$$

V. Задание на уроке

§26 №26.1(б, в); 26.2(б, в); 26.3(б, в); 26.4(б, в); 26.5(б, в); 26.6(б, в); 26.7(б, в); 26.8(б, в); 26.9(б, в).

VI. Задание на дом

§26 №26.1(а, г); 26.2(а, г); 26.3(а, г); 26.4(а, г); 26.5(а, г); 26.6(а, г); 26.7(а, г); 26.8(а, г); 26.9(а, г).

VII. Подведение итогов урока