

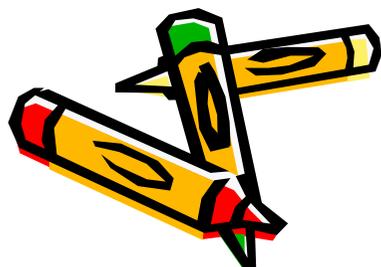
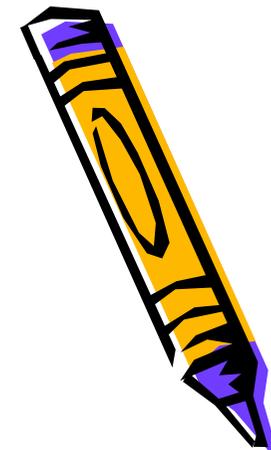


Решение треугольников

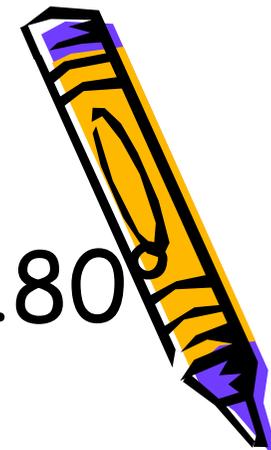
Урок геометрии 9 класса

Цели и задачи урока:

- повторить методы решения прямоугольных треугольников, познакомить учащихся с основными алгоритмами решения произвольных треугольников;
- воспитывать настойчивость и упорство в достижении цели;
- развитие психических свойств: память, вербальная и образная, произвольное внимание, воображение;
- определение возможности конструирования познавательного процесса.



Повторение

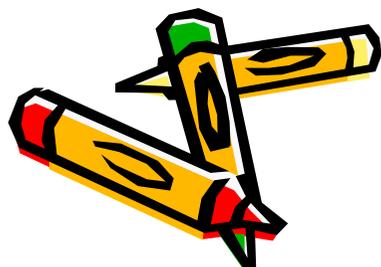


Сумма углов треугольника равна 180°

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Сумма острых углов прямоугольного
треугольника равна 90°

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



Теорема косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

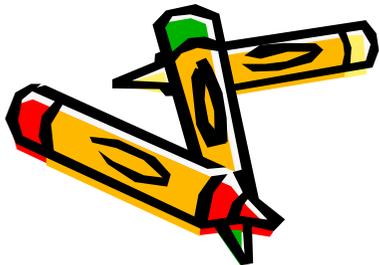
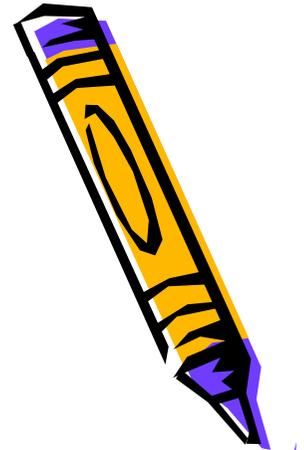
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Следствие:

$$a^2 = b^2 + c^2 \pm 2bv_c \text{ и т.д.}$$

(v_c - проекция на c)

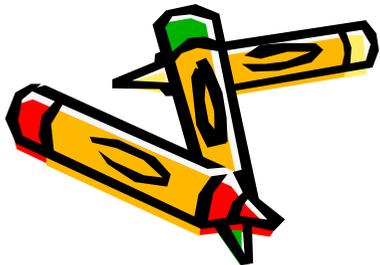
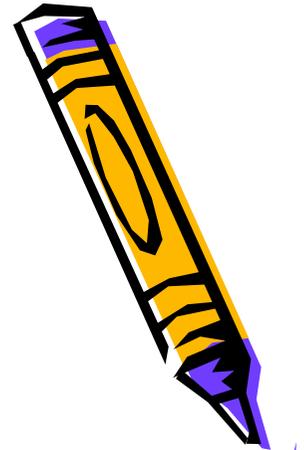


Теорема синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Следствие:

против большего угла лежит и большая сторона, против большей стороны лежит и больший угол.



Вычислите устно:

$$\sin 300 =$$

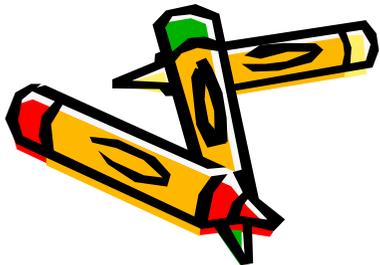
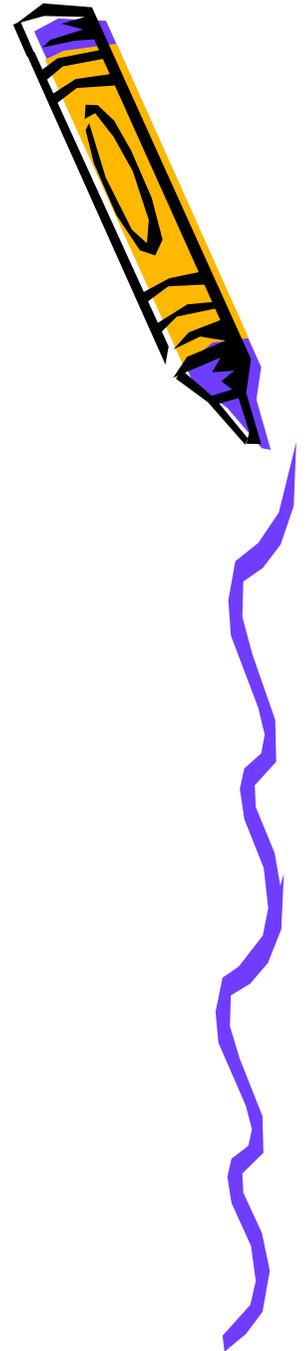
$$\cos 450 =$$

$$\sin 600 =$$

$$\cos 1200 =$$

$$\sin 1500 =$$

$$\cos 900 =$$



Вычислите устно:

$$\sin 300 = -\sqrt{3}/2$$

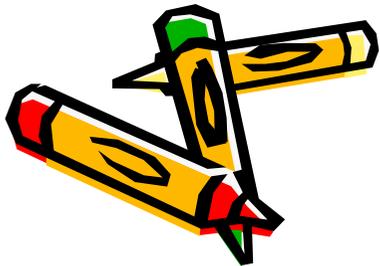
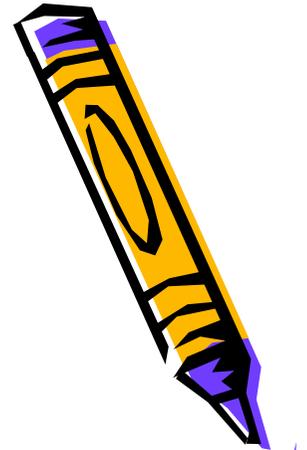
$$\cos 450 = 0$$

$$\sin 600 = -\sqrt{3}/2$$

$$\cos 1200 = 1/2$$

$$\sin 1500 = \sqrt{3}/2$$

$$\cos 900 = 0$$



ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ

Задача 1. Решение треугольника по стороне и по двум углам.

Дано: a, α, β .

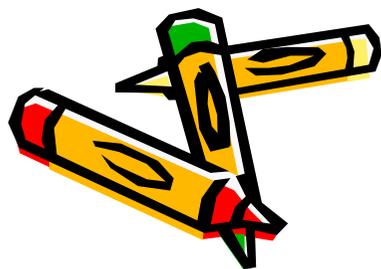
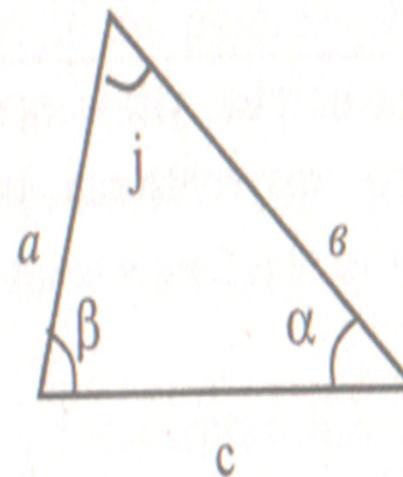
Найти: j, b, c .

Решение:

$$1) j = 180^\circ - (\alpha + \beta);$$

$$2) \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Leftrightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$3) \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin j} \Leftrightarrow c = \frac{a \sin j}{\sin \alpha}$$



Решить задачу:

Дано: $a=6,3$, $\alpha=20^{\circ}31'$, $\beta=110^{\circ}40'$.

Найти: j , b , c .

Решение.

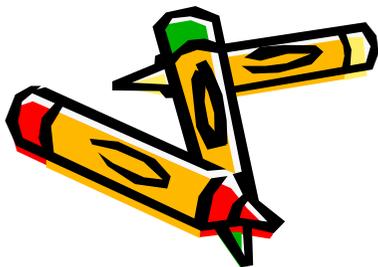
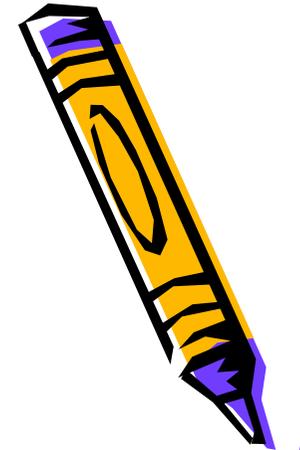
1. $j=180^{\circ}-(20^{\circ}31' + 110^{\circ}40')=179^{\circ}60' -131^{\circ}11' =48^{\circ}49'$.

2. По теореме синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Leftrightarrow b = \frac{a \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{6,3 \cdot \sin 20^{\circ}31'}{\sin 48^{\circ}49'} \approx \frac{6,3 \cdot 0,3505}{0,7526} \approx 2,9$$

3. По теореме синусов

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin j} \Leftrightarrow c = \frac{a \sin j}{\sin \alpha} = \frac{6,3 \cdot \sin 110^{\circ}40'}{\sin 48^{\circ}49'} = \frac{6,3 \cdot \sin 69^{\circ}20'}{0,7526} = \frac{6,3 \cdot 0,9356}{0,7526} \approx 7,8$$

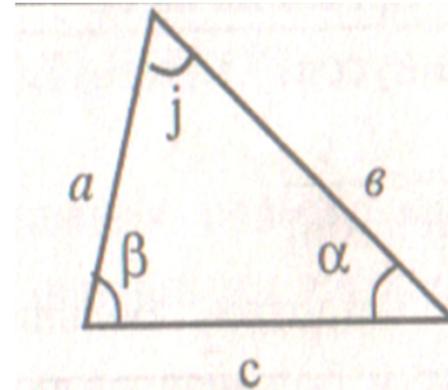


Задача 2. Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Дано: a, b, j .

Найти: α, β, c .

Решение:

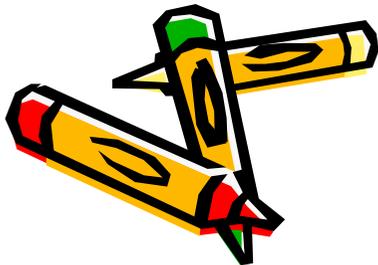


$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos j \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos j}$$

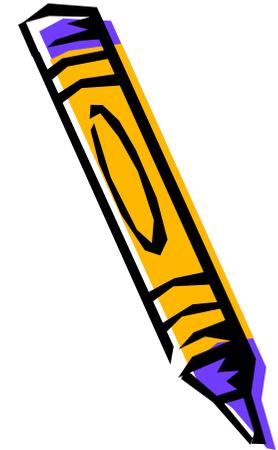
$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

Угол β можно найти из равенства $\alpha + \beta + j = 180^\circ$



Решить задачу:



Дано: $a=7,2$, $b=3,5$, $j=51^{\circ}50'$.

Найти: α , β , c .

Решение:

1. По теореме косинусов имеем:

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos j = 3,5^2 + 7,2^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 7,2 \cdot \cos 51^{\circ}50' = \\ = 12,25 + 51,84 - 50,4 \cdot 0,6179 \approx 32,95, c = \sqrt{32,95} \approx 5,74 \approx 5,7$$

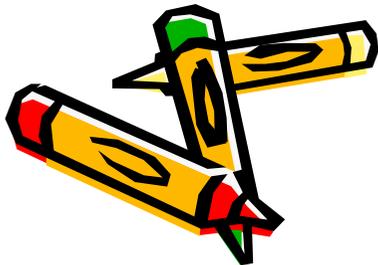
2. Вычислим угол α

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc} = \\ = \frac{32,95 + 12,25 - 51,84}{2 \cdot 3,5 \cdot 5,7} = -\frac{6,64}{39,9} \approx -0,1664$$

$$\alpha = 180^{\circ} - 80^{\circ}25' = 99^{\circ}35'$$

3. Вычислим угол β

$$\beta = 180^{\circ} - (51^{\circ}50' + 99^{\circ}35') = 179^{\circ}60' - 151^{\circ}25' = 28^{\circ}35'$$

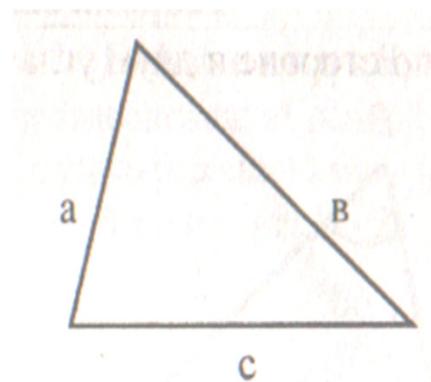


Задача 3. Решение треугольника по трем сторонам.

Дано: a, b, c .

Найти: α, β, γ .

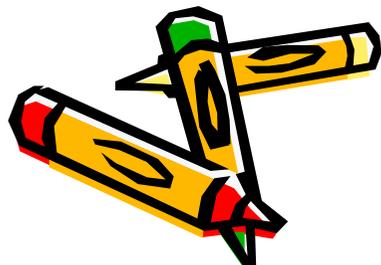
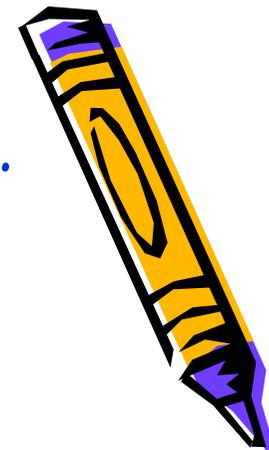
Решение:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \gamma \Rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$



Решить задачу:

Дано: $a=10$, $b=6$, $c=13$.

Найти: α , β , γ .

Решение:

1. Т.к. данный треугольник может быть тупоугольным, что по закону косинуса угла, лежащего против большей стороны, то вычислим γ

$$\cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{100 + 36 - 169}{2 \cdot 10 \cdot 6} = -\frac{33}{120} \approx -0,275$$

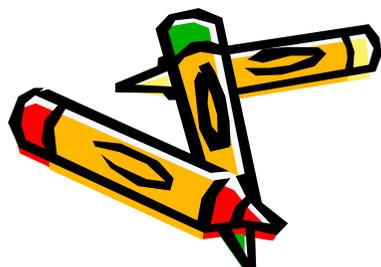
$$\gamma = 179^\circ 60' - 74^\circ 2' = 105^\circ 58'$$

2. Вычислим α

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{36 + 169 - 100}{2 \cdot 6 \cdot 13} = 0,6731; \alpha = 47^\circ 42'$$

3. Вычислим β

$$\beta = 180^\circ - (105^\circ 58' + 47^\circ 42') = 179^\circ 60' - 153^\circ 40' = 26^\circ 20'$$



СПАСИБО ЗА УРОК

