

Разработка занятия внеурочной деятельности в 9 классе

«Логика рассуждений»

«Что такое логика, как не искусство доказывать?»

Жан Пиаже

В современной школе, в частности, на уроках математики стало уделяться большое значение развитию логического мышления у учащихся. В связи с появлением логических задач в тестах единого государственного экзамена, решение логических задач стало одним из необходимых условий для успешной сдачи экзамена по математике, а также для формирования одной из ключевых компетенций умение анализировать информацию. Исходя из этого, мы *делаем вывод об актуальности темы: «Логика рассуждений».*

Итак, какие задания на логику учащимся предлагают на экзамене?

Задание ЕГЭ математика, база, №18. Например:

1. В доме Мити больше этажей, чем в доме Маши, в доме Лены меньше этажей, чем в доме Маши, а в доме Толи больше этажей, чем в Ленинском доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Дом Лены самый малоэтажный среди перечисленных четырёх.
- 2) В доме Маши меньше этажей, чем в доме Лены.
- 3) В Митином доме больше этажей, чем в Ленинском.
- 4) Среди этих четырёх домов есть три с одинаковым количеством этажей

2. Среди тех, кто зарегистрирован в «В Контакте», есть школьники из Твери. Среди школьников из Твери есть те, кто зарегистрирован в «Одноклассниках». Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

- 1) Среди школьников из Твери нет тех, кто зарегистрирован в «В Контакте».
- 2) Хотя бы один из пользователей «Одноклассников» является школьником из Твери.
- 3) Все школьники из Твери не зарегистрированы ни в «В Контакте», ни в «Одноклассниках».
- 4) Среди школьников из Твери есть те, кто зарегистрирован в «В Контакте».

Чтобы успешно справиться с данными задачами необходимо иметь некоторые навыки рассуждений, умение анализировать информацию.

Изучая эту тему, мы **ставим** перед собой некоторые **задачи**, а именно:

- 1) Узнать, что же такое логика;
- 2) Научится решать геометрические задачи на доказательство и приводить примеры из жизни, для решения которых нужно было применить логику;
- 3) Понять, как и с помощью чего находится истина;

4) Научиться доказывать истинность суждений, не прибегая к опыту, а только рассуждая.

Материалом служат задачи, которые мы придумали сами, опираясь на тексты задач, решение которых уже рассмотрели и задачи, взятые из тренировочных работ ОГЭ и ЕГЭ по математике.

Все мы рассуждаем, будь это урок или просто беседа с другом.

Целью нашего занятия является доказать, что умение *правильно рассуждать* и строить логические цепочки требуется не только на уроках, но и в быту.

Но что же означает правильно рассуждать? Правильное рассуждение — это рассуждения, построенное по законам логики. Теперь нужно узнать что же такое логика. Логика — это раздел философии, нормативная наука о формах, методах и законах интеллектуальной познавательной деятельности, формализуемых с помощью логического языка. С древнегреческого «логос» означает мысль, понятие, рассуждение. Логику можно воспринимать в трёх аспектах.

- Есть **практическая логика**, используемая в повседневной жизни. В ней существен так называемый здравый смысл, личный опыт, контекст. Даже эмоциональная окраска и интонация имеют значение – они могут изменить смысл сказанного на противоположный. Как, к примеру, воспринимать ответ «Да» на вопрос «Не хочешь ли ты поесть?»
- Есть логика, в которой изучают только формы мышления, полностью отвлекаясь от содержания, ее интересует не то, *что* мы мыслим, а то, *как* мы мыслим, поэтому она часто называется **формальной логикой**. Аристотелевскую (формальную) логику также часто называют традиционной. Она, в отличие от неформальной, устроена как система, обладающая высоким уровнем абстракции и определенными правилами. Формальная логика занимается выводением знаний, не прибегая к опыту, а применением законов и правил мышления.
- Есть **математическая логика** – раздел математики.

Даже самому обыкновенному человеку надо уметь делать правильные выводы и правильно ставить вопрос, ведь если что-то сказано неправильно, то тебя могут неправильно понять.

К примеру, ты разрешил сестре сходить ИЛИ в театр, ИЛИ в парк развлечений. Когда она вернулась, ты узнаешь, что сестра успела побывать и там, и там и был этим недоволен, ведь ты дал ей одно из двух на выбор. Кто же прав? Оказывается, слово ИЛИ имеет два значения – разделительное и неразделительное. В твоей фразе ИЛИ могут заключаться оба этих смысла. Эта неточность и есть причина вашего с сестрой разногласия.

Так же доказательства бывают не только геометрические, но и алгебраические. Например:

Задача 1 : Дачнику дают выбрать участок прямоугольной или квадратной формы, при условии, что периметр будет одинаковый. Ему хочется получить участок большей площади, но как доказать себе, что площадь квадрата выбрать выгоднее?

Решение:

Пусть x - сторона квадрата; a, b - длина и ширина прямоугольника; P_1, S_1 - периметр и площадь квадрата; P_2, S_2 - периметр и площадь прямоугольника.

$$P_1 = 4x;$$

$$P_2 = 2(a+b)$$

По условию $P_1 = P_2$

$$4x = 2(a+b)$$

$$x = (a+b)/2$$

$$S_1 = x^2 = (a+b)^2/4 ;$$

$$S_2 = ab$$

Сравним S_1 и S_2 .

Чтобы доказать, что больше или , мы изучили свойства числовых неравенств, а именно, если $a > b$, то $(a-b) > 0$ или если $a < b$, то $(a-b) < 0$.

Итак, рассмотрим разность площади квадрата и площади прямоугольника, если $(S_1 - S_2) > 0$, то $S_1 > S_2$, если $(S_1 - S_2) < 0$, то $S_1 < S_2$.

$$(a+b)^2/4 - ab = (a^2 + 2ab + b^2 - 4ab)/4 = (a-b)^2/4.$$

Т.к. $(a-b)^2 > 0$, то $((a+b)^2/4) > 0$.

Значит $S_1 > S_2$.

Дачнику следует выбрать участок квадратной формы.

Всякое утверждение мы принимаем за истину, если оно очевидно (на улице идет дождь за окном - очевидный факт), так любая аксиома в геометрии принимается за очевидный факт.

Все мы знаем, что площадь квадрата равна a^2 и всегда считали это очевидным фактом , но мы можем вам эту «аксиому» доказать.

Нам дан квадрат ABCD, докажем что его площадь равна a^2 .

Рассмотрим несколько случаев:

- 1) Пусть $a = 1/n$, где n - целое число. Возьмем квадрат со стороной 1 и разобьем его на n^2 равных квадратов. Т.к. площадь большого квадрата равна 1, то площадь каждого маленького квадрата равна $1/n^2$. Значит сторона каждого маленького квадрата равна $1/n$ т.е. равна a . Таким образом площадь квадрата будет равна $1/n^2 = (1/n)^2 = a^2$

- 2) Рассмотрим другой случай, когда число «а» представляет собой конечную десятичную дробь, содержащую n знаков после запятой. Тогда число $m = a \cdot 10^n$ целое. Разобьем квадрат со стороной a на m^2 равных квадратов. Тогда a разобьется на m частей. Значит сторона маленького квадрата равна $a/m = a/a \cdot 10^n = 1/10^n \Rightarrow$ площадь маленького квадрата равна $(1/10^n)^2$. Значит площадь большого квадрата равна $m^2 \cdot (1/10^n)^2 = (m/10^n)^2 = (a \cdot 10^n / 10^n)^2 = a^2$. Что и требовалось доказать.

Итоговая аттестация по математике после 9 класса включает в себя задачи по геометрии на доказательство. Среди рассмотренных задач мы встретили задачи, доказательство которых вызвало у нас затруднение. Стало интересно доказать совсем неочевидные факты, которые можно отнести к свойствам трапеции. Например:

Задача 2: В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD диагонали пересекаются в точке O . Доказать, что площади треугольников ABO и CDO равны.

Доказательство: 1) Предварительно докажем, что $S_{\triangle ABD}$ равна $S_{\triangle ACD}$. Для этого в трапеции $ABCD$ проведём высоты BH и CE . $S_{\triangle ABD} = 1/2 AD \cdot BH$,

$S_{\triangle ACD} = 1/2 AD \cdot CE$. $BH = CE$, как высоты трапеции, следовательно

$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}.$$

$$2) S_{\triangle ABO} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle AOD},$$

$S_{\triangle COD} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AOD}$. Мы доказали, что $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$, следовательно

$S_{\triangle ABO} = S_{\triangle COD}$. Значит треугольники ABO и COD равновеликие.

Задача 3: В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD биссектрисы углов A и B пересекаются в точке O . Доказать, что угол AOB прямой.

Доказательство: В параллелограмме $AD \parallel BC$, AB - секущая. Следовательно,

$\angle A + \angle B = 180^\circ$. По условию AO и BO - биссектрисы, значит $\angle BAO = 0,5 \cdot \angle A$ и

$\angle ABO = 0,5 \cdot \angle B$. Тогда, учитывая, что сумма углов в треугольнике равна 180° , имеем:

$\angle AOB = 180^\circ - (0,5 \cdot \angle A + 0,5 \cdot \angle B) = 180^\circ - 0,5 \cdot (\angle A + \angle B) = 180^\circ - 0,5 \cdot 180^\circ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. Что и требовалось доказать.

Также с помощью математической логики мы можем опровергнуть очевидное. Например:

Задача №4: Всякий четырехугольник, у которого диагонали перпендикулярны, является ромбом.

Решение: Возьмём, к примеру, $EFKM$ – дельтоид. По свойству дельтоида точка пересечения делит пополам лишь одну его диагональ (у ромба точка пересечения делит пополам обе диагонали). Но $FO \neq OM \Rightarrow EFKM$ – не ромб. Также примером такого

четырёхугольника может являться квадрат, хотя квадрат можно считать ромбом. Поэтому правильнее взять дельтоид. Тогда наше утверждение верно не всегда.

Человек каждый день сталкивается с большим количеством бытовых проблем, которые требуют применения логики, т. е. заставляют нас мыслить логически. Что такое логика нам уже известно, разберемся, что значит мышление. Мышление — это психический процесс, он обрабатывает информацию на подсознательном уровне, однако чтобы процесс проходил правильно, мыслить нужно объективно. Теперь можно сказать, что логическое мышление — это мыслительный процесс, где человек использует четкие и конкретные понятия, а выводы основаны на фактах и рассудительности.

Мышление человека внутренне связано с обобщениями. Обобщение – одна из основных характеристик познавательных процессов. Оно подразумевает, что при исключении видового признака получается в результате иное определение, обладающее более широким объемом, но существенно меньшим содержанием. Усложненно можно сказать, что обобщение – это форма приращения знания посредством мысленного перехода от частного к общему в определенной модели мира. Это соответствует переходу на более высокий уровень абстракции. Проще говоря, обобщение – это переход от видовых понятий к родовому. Например, возьмем словосочетание «дубовая мебель». «дубовая»- это видовой признак, убрав его мы получили обобщенное понятие «мебель». Слово «мебель» имеет меньшее содержание, но гораздо больший объем, так как под «мебелью» имеется в виду больше понятий, чем под «дубовой мебелью». Так, путем исключения характерных признаков, присущих предмету, происходит расширение объема понятий то есть процесс обобщения. Обобщению предшествует наблюдение за окружающим миром, поступками людей.

Можно привести примеры обыденных ситуаций, в которых не обойтись без логического мышления.

Задача 5 : Мужчина заявил в полицию, что пропали его золотые часы. В квартире не было обнаружено ни следов взлома, ни следов проникновения. Но было разбито окно, в доме был беспорядок и много грязных следов. На следующий день полиция арестовала этого мужчину. Почему?

Решение:

Мужчину поймали на мошенничестве, потому что если бы вор проник в квартиру через окно, то осколки лежали бы внутри квартиры, но так как осколки были снаружи можно сделать вывод, что окно было разбито изнутри, соответственно окно разбил хозяин квартиры.

Задача 6 : Как-то раз в квартиру женщины постучали, она подошла и увидела удивленного мужчину, который сказал: « Извините, я ошибся этажом, я думал это моя

квартир» и направился в сторону лестницы. Женщина незамедлительно позвонила вахтеру с просьбой проверить этого человека. Почему она повела себя так странно?

Решение :

Мужчина бы не стал стучать, зная, что это его квартира. Таким трюком пользуются мошенники, дабы проверить есть ли кто-то в квартире.

Задача 7 : Молодой человек пришел в кофейню. Получив кофе, он обнаружил в нем муху. Он попросил официанта принести другой. Когда официант вернулся, молодой человек возмутился: « Вы принести мне этот же кофе!!!» Как он это понял?

Решение:

Он уже положил сахар в первую чашку. Когда принесли новый, он уже был сладким.

Математика полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли. Решить задачу – это значит пережить приключение. А вообще мы поняли, что в логике нет экспериментов, нет фактов, нет наблюдений. Логика исходит из реального мышления.

Обобщение - самая сложная для учеников логическая операция. Мы учимся соотносить причину и следствие. Умение анализировать необходимо в повседневной жизни. Оно проявляется в необходимости рассуждать правильно, с помощью таких рассуждений отыскивается и доказывается **истина**, не прибегая к опыту. Предложения, истинность которых зависит только от формы и не зависит от содержания, называются логически истинными предложениями (логическими истинами).

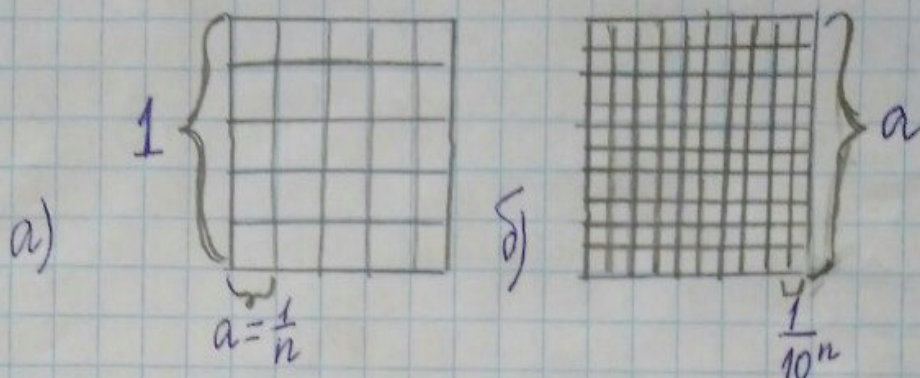
Логических истин бесконечно много. В логике критерий истинности во многом определяется синтаксической структурой (формой) предложения.

Если к нашему здравому смыслу и жизненному опыту добавить еще и логическую культуру, то мы от этого только выиграем. Конечно, логика никогда не решит всех проблем, но помочь в жизни она, конечно, может.

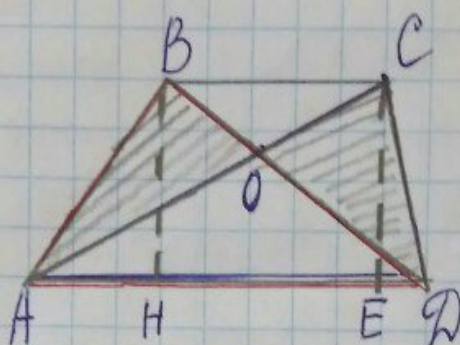
Вывод:

Построение логических цепочек можно использовать как современную технологию в изучении абсолютно всех предметов, так как построение логических цепочек развивает критическое мышление. А это является важным моментом современного образования.

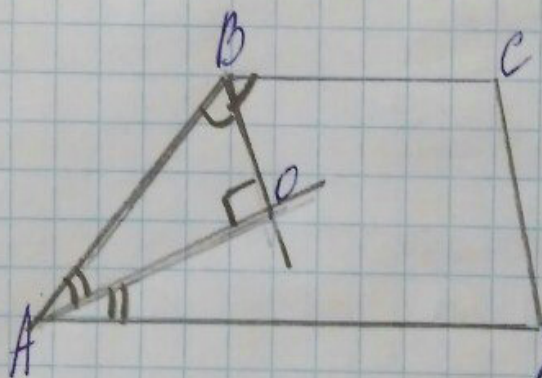
$$S_{\square} = a^2$$



Задача № 2



Задача № 3



Задача № 4

